Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Kwelders

1 maximumscore 3

- De vergelijking $50 = \frac{100}{1+3000\cdot 0{,}5^t}$ moet opgelost worden — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost — 1
- Na 12 jaar (is de helft van de kwelder bedekt met zoutmelde) — 1

2 maximumscore 4

- $G_1(8) = G_2(8) = 32$ (dus aan de eerste voorwaarde is voldaan) — 1
- Differentiëren geeft $G_1'(t) = 4(t-4)$ (of een vergelijkbare vorm) — 1
- Differentiëren geeft $G_2'(t) = -4(t-12)$ (of een vergelijkbare vorm) — 1
- Hieruit volgt $G_1'(8) = G_2'(8) = 16$ (dus aan de tweede voorwaarde is voldaan) — 1

3 maximumscore 4

- De vergelijking $-2(t-12)^2 + 64 = 40$ moet opgelost worden — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost — 1
- De oplossingen zijn $t = 12-\sqrt{12}$ en $t = 12+\sqrt{12}$ (of: $t \approx 8{,}5$ en $t \approx 15{,}5$ (of nauwkeuriger)) — 1
- Dus gedurende ($2\sqrt{12}$ (of $15{,}5 - 8{,}5$), dat is) 7 (jaar) (of nauwkeuriger) (ligt de gansdichtheid boven de 40 (ganzen per km^2)) — 1

4 maximumscore 3

- Voor grote waarden van t geldt $\frac{80t-1184}{4t-61} \approx \frac{80t}{4t}$ — 2
- De grenswaarde is $\frac{80t}{4t} = 20$ (ganzen per km^2) — 1

of

- Beschrijven hoe met behulp van een tabel of een plot en grote waarden van t de grenswaarde gevonden kan worden, waarbij voor t minstens de waarde 100 is genomen — 2
- De grenswaarde is 20 (ganzen per km^2) — 1

Gebroken functie

5 maximumscore 4

- Uit $\frac{1}{(4x+3)^2} = \frac{1}{2}$ volgt $(4x+3)^2 = 2$ — 1
- Hieruit volgt $4x+3=\sqrt{2}$ of $4x+3=-\sqrt{2}$ — 1
- De oplossingen hiervan zijn $x=-\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\sqrt{2}$ en $x=-\frac{3}{4}-\frac{1}{4}\sqrt{2}$ (of vergelijkbare uitdrukkingen) — 1
- De gevraagde coördinaten zijn $(-\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ en $(-\frac{3}{4}-\frac{1}{4}\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ — 1

Opmerking
Als de coördinaten van één van beide punten berekend zijn, voor deze vraag maximaal 2 scorepunten toekennen.

6 maximumscore 4

- Het functievoorschrift van *f* is te schrijven als $f(x)=(4x+3)^{-2}$ — 1
- Differentiëren geeft $f'(x) = -2\cdot(4x+3)^{-3}\cdot 4$ — 2
- Hieruit volgt $f'(x) = -8\cdot(4x+3)^{-3}$ en dit geeft $f'(x)=\frac{-8}{(4x+3)^3}$ — 1

7 maximumscore 3

- $f'(1) = -\frac{8}{343}$ dus $a=-\frac{8}{343}$ — 1
- De coördinaten van $A(1, \frac{1}{49})$ invullen in $y=-\frac{8}{343}x+b$ geeft $\frac{1}{49}=-\frac{8}{343}\cdot 1+b$ — 1
- Hieruit volgt $b=\frac{15}{343}$ — 1

of

- $f'(1) = -\frac{8}{343}$ dus $a=-\frac{8}{343}$ — 1
- De raaklijn gaat door $A(1, \frac{1}{49})$ dus een vergelijking van deze lijn is $y-\frac{1}{49}=-\frac{8}{343}(x-1)$ — 1
- $(\frac{1}{49}-\frac{8}{343}\cdot -1=\frac{15}{343}$ dus$)$ $b=\frac{15}{343}$ — 1

of

- $f'(1) = -\frac{8}{343}$ dus $a=-\frac{8}{343}$ — 1
- De raaklijn gaat door $A(1, \frac{1}{49})$ dus deze lijn snijdt de *y*-as op hoogte $\frac{1}{49}+\frac{8}{343}$ $(=\frac{15}{343})$ — 1
- Dus $b=\frac{15}{343}$ — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Krik

8 **maximumscore 5**

- Gegevens invullen in $AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2 \cdot AB \cdot BD \cdot \cos\angle ABD$ geeft $17{,}7^2 = 20{,}0^2 + 13{,}0^2 - 2 \cdot 20{,}0 \cdot 13{,}0 \cdot \cos\angle ABD$ — 1
- Beschrijven hoe hieruit $\angle ABD$ gevonden kan worden — 1
- Hieruit volgt $\angle ABD \approx 60{,}5°$ (of nauwkeuriger) — 1
- Gegevens invullen in $CD^2 = BC^2 + BD^2 - 2 \cdot BC \cdot BD \cdot \cos\angle CBD$ geeft $CD^2 = 9{,}1^2 + 13{,}0^2 - 2 \cdot 9{,}1 \cdot 13{,}0 \cdot \cos(153° - 60{,}5°)$ — 1
- Hieruit volgt dat de gevraagde afstand CD 162 mm (of 16,2 cm) is — 1

f boven g

9 **maximumscore 5**

- Voor de x-coördinaten van A en B geldt respectievelijk $x - \frac{1}{6}x^3 = 0$ en $\sin x = 0$ — 1
- Beschrijven hoe $x - \frac{1}{6}x^3 = 0$ voor $0 < x \leq 4$ exact opgelost kan worden — 1
- De oplossing is $x = \sqrt{6}$ (dus de x-coördinaat van A is $\sqrt{6}$) — 1
- $\sin x = 0$ met $0 < x \leq 4$ geeft $x = \pi$ (dus de x-coördinaat van B is π) — 1
- De lengte van AB is dus $\pi - \sqrt{6}$ — 1

10 **maximumscore 5**

- Differentiëren geeft $g'(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2$ — 1
- Voor de x-waarde waarvoor het maximum wordt aangenomen geldt dus $1 - \frac{1}{2}x^2 = 0$ (met $0 < x \leq 4$) — 1
- Dit geeft ($x^2 = 2$ met $0 < x \leq 4$ en hieruit volgt) $x = \sqrt{2}$ — 1
- Het maximum van g is dus $g(\sqrt{2}) = \sqrt{2} - \frac{1}{6} \cdot (\sqrt{2})^3$ — 1
- Dit maximum is dus $\sqrt{2} - \frac{1}{6} \cdot 2\sqrt{2} = \frac{2}{3}\sqrt{2}$ (dus $a = \frac{2}{3}$ (of een vergelijkbare uitdrukking) en $b = 2$) — 1

11 **maximumscore 4**

- Het verschil tussen $f(x)$ en $g(x)$ is $f(x) - g(x)$ — 1
- De vergelijking $\sin x - (x - \frac{1}{6}x^3) = 0{,}01$ (of de ongelijkheid $\sin x - (x - \frac{1}{6}x^3) < 0{,}01$) moet opgelost worden — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking (of de ongelijkheid) opgelost kan worden (bijvoorbeeld met behulp van een tabel) — 1
- De gevraagde maximale waarde van x is 1,04 — 1

Functie met logaritme

12 maximumscore 2

- De ene asymptoot heeft vergelijking $x=0$ 1
- De andere asymptoot heeft vergelijking $x=1$ 1

13 maximumscore 5

- Uit ${}^{2}\log(x^2-x)=0$ volgt $x^2-x=2^0$ (of $x^2-x=1$) 1
- Dit geeft $x^2-x-1=0$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking exact opgelost kan worden 1
- De oplossingen zijn $x=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{5}$ en $x=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{5}$ (of vergelijkbare vormen) 1
- De lengte van lijnstuk AB is dus $(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{5}-(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{5})=)\ \sqrt{5}$ 1

14 maximumscore 3

- ($g(x)=2\cdot f(x)$ dus) $g(x)=2\cdot {}^{2}\log(x^2-x)$ 1
- $2\cdot {}^{2}\log(x^2-x)={}^{2}\log(x^2-x)^2$ 1
- ${}^{2}\log(x^2-x)^2={}^{2}\log(x^4-2x^3+x^2)={}^{2}\log(x^2(x^2-2x+1))$ (en dus wordt de grafiek van g gegeven door $g(x)={}^{2}\log(x^2(x^2-2x+1))$) 1

of

- ($g(x)=2\cdot f(x)$ dus) $g(x)=2\cdot {}^{2}\log(x^2-x)$ 1
- $2\cdot {}^{2}\log(x^2-x)={}^{2}\log(x(x-1))^2$ ($={}^{2}\log(x^2(x-1)^2)$) 1
- ${}^{2}\log(x(x-1))^2={}^{2}\log(x^2(x^2-2x+1))$ (en dus wordt de grafiek van g gegeven door $g(x)={}^{2}\log(x^2(x^2-2x+1))$) 1

Vraag	Antwoord	Scores

Bissectrices

15 maximumscore 3

- Uit de gegeven vergelijking van k volgt dat de tangens van de hoek die k met de x-as maakt $\sqrt{3}$ is, dus deze hoek is $60°$ — 1
- Uit de gegeven vergelijking van l volgt dat de tangens van de hoek die l met de x-as maakt $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ is, dus deze hoek is $30°$ — 1
- De hoek die de bissectrice met de x-as maakt is: $30° + \frac{60° - 30°}{2} = 45°$ — 1

16 maximumscore 6

- De afstand van P tot de x-as is $(y_P =) 1$ — 1
- (Noem de lijn door P die loodrecht op k staat n. Uit $\text{rc}_n \cdot \sqrt{3} = -1$ volgt) $\text{rc}_n = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ — 1
- ($P(\sqrt{3},1)$ ligt op n, dus) $-\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3} + b = 1$, en dit geeft $b = 2$ — 1
- Uit $-\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot x + 2 = \sqrt{3} \cdot x$ volgt $x = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ — 1
- $x = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ geeft $y = (\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} =) 1\frac{1}{2}$ — 1
- De afstand van P tot k is $\sqrt{(\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{3})^2 + (1 - 1\frac{1}{2})^2} = 1$ (en dit is gelijk aan de afstand van P tot de x-as) — 1

of

- De afstand van P tot de x-as is $(y_P =) 1$ — 1
- $OP = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$ — 1
- De hoek tussen l en k is $30°$ — 1
- Dus $\frac{d}{OP} = \sin 30°$ met d de afstand van P tot k — 1
- Dit geeft $\frac{d}{2} = \frac{1}{2}$ — 1
- Hieruit volgt $d = 1$ (dus de afstand van P tot k is gelijk aan de afstand van P tot de x-as) — 1

Twee functies

17 maximumscore 4

- Uit $x(x+2)=(x+2)\sqrt{x+2}$ volgt $x=-2$ of $x=\sqrt{x+2}$ — 1
- $x=\sqrt{x+2}$ geeft $x^2=x+2$ (met $x \geq 0$) — 1
- Beschrijven hoe $x^2=x+2$ (met $x \geq 0$) exact opgelost kan worden — 1
- (De x-coördinaten van A en B zijn) $x=-2$ en $x=2$ — 1

Opmerking
Als $x=-1$ als oplossing genoemd is, maximaal 3 scorepunten toekennen.

18 maximumscore 5

- $f(x)=(x+2)^{1\frac{1}{2}}$ — 1
- $f'(x)=1\frac{1}{2}(x+2)^{\frac{1}{2}}$ (of een vergelijkbare vorm) — 1
- Voor de x-coördinaat van C geldt $1\frac{1}{2}(x+2)^{\frac{1}{2}}=6$ — 1
- Hieruit volgt $(x+2)^{\frac{1}{2}}=4$ (ofwel $\sqrt{x+2}=4$) — 1
- Dit geeft $x+2=16$ dus $x=14$ — 1

De Eierland

19 maximumscore 8

- Een vergelijking van lijn s is $y = x + 28$ — 1
- Een vergelijking van de cirkel is $x^2 + y^2 = 54^2$ — 1
- De x-coördinaten van de snijpunten van de lijn met de cirkel volgen uit de vergelijking $x^2 + (x+28)^2 = 54^2$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost — 1
- De oplossingen van deze vergelijking zijn $x \approx -49{,}5$ en $x \approx 21{,}5$ (of nauwkeuriger) — 1
- De coördinaten van de snijpunten van s met de cirkel zijn $(-49{,}5; -21{,}5)$ en $(21{,}5; 49{,}5)$ (of nauwkeuriger) — 1
- De afstand tussen deze snijpunten is $\sqrt{(21{,}5 - -49{,}5)^2 + (49{,}5 - -21{,}5)^2} \approx 100$ (km) (of nauwkeuriger) — 1
- De gevraagde tijd is $\frac{100}{22} \cdot 4 \approx 18$ (kwartier) (of $4\frac{1}{2}$ uur) — 1

of

- Een vergelijking van lijn s is $y = x + 28$ — 1
- Beschrijven hoe de afstand van het punt $O(0, 0)$ tot de lijn s berekend kan worden — 2
- Deze afstand is ($\frac{28}{\sqrt{2}}$ ofwel) 20 (of nauwkeuriger) (km) — 1
- De afstand tussen de snijpunten van s met de cirkel is (twee maal de lengte van de lange rechthoekszijde van een rechthoekige driehoek met schuine zijde 54 en korte rechthoekszijde 20, dus) $2 \cdot \sqrt{54^2 - 20^2} \approx 100$ (of nauwkeuriger) (km) — 3
- De gevraagde tijd is $\frac{100}{22} \cdot 4 \approx 18$ (kwartier) (of $4\frac{1}{2}$ uur) — 1